<研究論文(原著論文)>反証主義と双側面説 -- 古典的PTSの試み --

鈴木, 佑京

反証主義と双側面説——古典的 PTS の試み——*

鈴木佑京

概要

Proof-theoretic semantics (PTS) is a research program in logic and philosophy that tries to give semantics for various expressions, not by assigning denotations to them in a model-theoretic way, but by describing directly the "use" of them in a proof-theoretic way. The usual task that PTS purports to achieve is divided into two parts. First, it explains the meaning of sentences with the tools of proof theory, especially introduction-rules and elimination-rules in the natural deduction formalization. Second, drawing on the explanation, it justifies some system of logic, by showing the two kinds of rules are in "harmony". The early PTS by Dummett or Prawitz took the usual form of unilateral natural deduction as basis, and can justify only intuitionistic logic. However, according to Rummfit, if we move to a bilateral natural deduction, and broaden our attention to encompass denial, not only assertion, we can justify a logical system (we call it "system **R**") into which classical logic can be embedded. In this essay, I will criticize his argument, and present an alternative foundation for system **R**. In the first part, I will summarize the basic ideas of PTS. In the second part, I will follow Rummfit's argument, which tries to justify system **R** by his bilateral PTS, and show one of his "coordination-rule" crashes with the meaning of sentences given by bilateral operational rules, so this rule cannot be justified. In the third part, we present a new system **E**, and justify this system with our bilateral and falsificationistic PTS. System **R** can be embedded into system **E**, so my argument also gives justification to system **R**. This part also analyzes the reason why Rummfit's PTS cannot justify system **R**, and our PTS can.

Keywords: 証明論的意味論 (Proof-Theoretic Semantics); 反証主義 (Falsificationism); 双側面説 (Bilateralism); 古典論理 (Classical Logic)

1 はじめに

証明論的意味論とは、1）文の意味を、証明論的な道具立てを使って説明し、2）そこで説明された意味に基づいて、ある種の推論体系を正当化する試みのことを指す。従来、文の意味を与え、推論体系を正当化するための理論は、ほとんどもっぱら、モデル論ないし真理論の道具を使って与えられてきた。証明論的意味論は、このような従来の研究に対するオルタナティブなプログラムとして、近

* *CAP* Vol. 9 (2017-2018) pp. 1-32. 受理日: 2015.05.02 採用日: 2017.06.06 採用カテゴリ: 研究論文（原著論文）掲載日: 2017.07.31.

年、論理学と哲学を巻き込んだ活発な動向を形成している。

このプログラムは、特に、ダメットとプラヴィッツによって強力に唱導され実行されてきた [1][6]。彼らによれば、直観主義論理は、証明論的意味論に基いて正当化されうるが、対して古典論理は、文の意味に基いて正当化することができないような推論規則を含んでいる。従って、推論において古典論理を使用することは問題がある。

彼らの議論に対して、証明論的意味論というプログラムそれ自体の有効性を認めながら、しかし、古典論理を批判する改訂主義的な結論は受け入れがたい、という感想を持つ人々は、古典論理を正当化するような証明論的意味論を求めてきた。このような研究のことを、仮に、古典的 PTS と呼ぶことにしよう（これに対して、ダメット・プラヴィッツ型の証明論的意味論を、構成的 PTS と呼ぶことにする)。我々は、このような古典的 PTS のうちの一つであるラムフィットの研究 [10] を、この論文で検討する。

ダメット・プラヴィッツによる構成的 PTS は、自然演繹の体系に基づく証明論的意味論であった。古典的 PTS の中には、自然演繹の枠組みを放棄し、シークエント計算のような、別の証明体系に依拠するものがある [17]。これに対してラムフィットの研究は、ダメット・プラヴィッツの証明論的意味論と同様に、単一結論の自然演繹の枠組みを使っており、その点で興味深い。なぜなら、ダメット・プラヴィッツの枠組みを大きく変えるよりも、ダメット・プラヴィッツの枠組みを可能な限り忠実に保持しながら、古典論理を正当化しようとすることのほうが、より困難で、スリリングな課題だからである。また、シークエント計算のような複数結論の推論に基づいて PTS を展開する可能性にはいくつか疑義が呈されている [16] が、単一結論の自然演繹ならば、そのような問題はない。

ラムフィットは、ある文を使った主張だけではなく、ある文を使った否認をも考慮に入れて証明論的意味論を展開すれば、古典論理を埋め込むことができる*1推論体系（以下、体系 $\mathbf{R}$ と呼ぶことにする）を正当化できると主張した。彼の証明論的意味論は、ダメット・プラヴィッツの単側面的な証明論的意味論に対して、双側面説な証明論的意味論と呼ばれる。

この論文は、ラムフィットの古典的 PTS を批判し、その改良版として別の古典的 PTS を提示することを目的としている。従って、この論文は、１）ラムフィットの双側面説的な証明論的意味論を批判し、それが体系 $\mathbf{R}$ を正当化できていないことを主張する、ネガティブな部分と、２）体系 $\mathbf{R}$ を埋め込めるような別の体系 $\mathbf{E}$ を、双側面的な証明論的意味論のもとで正当化する、ポジティブな部分にわかれている。前半のネガティブな部分では、フェライラがラムフィットに提起した批判 [4] に従い、それを別の側面からさらに補強する形で、ラムフィットを批判する。そして、後半では、主張と否認の**批判**という言語行為を導入し、これをもって文の意味を説明するという新しいアイデア——反証主義的双側面説——に基づく証明論的意味論が展開される（ただし、のちに述べるように、このアイデアは、実は既にダメット自身が暗に提示しているものを顕在化したものにすぎない)。

従って、この論文の新規性は、前半部において、フェライラのラムフィット批判を補強したこと、後半部において、反証主義的双側面説という今まで PTS で明示的に検討されてこなかったアイデア

*1 ここでいう埋め込みとは、古典論理の式 A に適切な翻訳 A' を対応させれば、古典論理における式の間の帰結関係と、$\mathbf{R}$ における翻訳された式の間の帰結関係が同値であるということ（いわゆる「忠実に埋め込める」こと）を意味する。以下、他の体系についても、「埋め込む」という言葉は同じ意味で使用する。

を導入したこと、この二点に求められよう。

論述は次のように進む。まず最初に、証明論的意味論の基本的な枠組みを説明するために、単側面説に基づく直観主義論理の正当化を説明する。次に、ラムフィットによる双側面説に基づく体系 **R** の正当化を説明し、批判する。最後に、私自身の、双側面説と反証主義に基づく、体系 **E** の正当化を提示し、体系 **E** の中に体系 **R** が埋め込めることを示す。なお、以下の議論は、もっぱら命題論理の範囲に限って行われる。また、紙幅の関係上、推論体系についての定理の証明は基本的に省略し、主要なもののみ附論で素描する*2。

2 単側面説と直観主義論理

証明論的意味論は、ウィトゲンシュタインの「意味は使用である」というスローガンに則り、文がどのように使用されるかを説明することで、文の意味を説明しようとする。だが、文の使用を説明するとはどういうことだろうか。単側面説的な証明論的意味論によればそれは、

その文を使った主張を正しく行うことができるための＜根拠＞はなにか。
その文を使った主張を正しく行うことができたとして、そこからなにが＜帰結＞するか。

という、文の使用の二つの側面を説明することである。つまり、文を正しく主張することの根拠と帰結を説明することが、証明論的意味論に課せられた課題となる。

証明論的意味論が「証明論的」と呼ばれるのは、この課題を果たす上で、証明論の道具を使用しようとするからである。すなわち、単側面説的な証明論的意味論においては、自然演繹の導入則と除去則を、文の主張に対する＜根拠＞と＜帰結＞を表現しているものとして捉える [1, p.216]。例として、$\wedge$ の導入・除去則を見てみよう。

$$\frac{A \qquad B}{A \wedge B}\,(\wedge I) \quad \frac{A \wedge B}{A}\,(\wedge E0) \quad \frac{A \wedge B}{B}\,(\wedge E1)$$

PTS においては以上の規則は次のように読まれる。$\wedge$ の導入則は、$A \wedge B$ を正しく主張するための根拠が、A と B を正しく主張できることであることを表現している。$\wedge$ の除去則は、$A \wedge B$ を正しく主張できることから、A と B が正しく主張できることが帰結することを表現している。このようにして、導入則と除去則は、文の使用を説明しているものと考えられる。

導入則と除去則によって文の使用が説明できるとすると、導入則と除去則を、文の意味を約定する規則である、と言えそうである。そうなれば、導入則と除去則は、意味から自動的に正しいことになる。しかしながら、どのように導入則と除去則を定めても、複合文の意味を定めることができるわけではない。それを示すのが、次の導入則と除去則を持つ結合子、*tonk* である [8]。

$$\frac{A}{A\,tonk\,B}\,(tonk\,I) \quad \frac{A\,tonk\,B}{B}\,(tonk\,E)$$

*2 我々はこの論文で、古典論理や体系 **R**、体系 **E** を正当化するような意味論を構築することに集中する。我々の意味論が我々の現実の言語実践と適合しているかどうかについては、我々の意味論にとって有利な示唆をいくつか与えるにとどめ、本格的な議論は別の機会に行いたい。

$tonk$ の導入則と除去則に従うと、次のような推論が可能になる。

$$\cfrac{\cfrac{A}{A\,tonk\,B}}{B}$$

これはつまり、好きな文の主張から好きな文の主張を推論して良いということになる。従って、$tonk$ の規則が複合文に意味を与えていることは、極めて疑わしい。すると、導入則と除去則を好き勝手に決めたとしても、複合文に意味を与えられるわけではない、ということになる。では、導入則・除去則と、文の意味の間の関係を、どのように考えればよいだろうか。

ダメット・プラヴィッツは次のような道を取る。彼らは、導入則だけを意味付与的な規則とみなし、除去則はそこから正当化されると考える[*3]。つまり、文の意味を定めるのは、その＜根拠＞がなんであるかである。そして、導入則は、文の根拠がなんであるかを約定することによって、文の意味を約定する。これに対して、文の＜帰結＞、つまり除去則は、その文の＜根拠＞が意味においてどのように定められているのか、つまり導入則がなんであるか、ということから正当化される。このような正当化が可能であるためには、導入則と除去則の間に、「調和」とよばれる関係がなければならない [1, p.251]。

「調和」は、様々に言い換えることが可能な関係だが、大雑把に言えば、

除去則が引き出す帰結が、導入則が定める根拠の中に含まれていること

である。もしも調和の関係が成り立っているとすると、除去則が定める複合文の帰結は、複合文の根拠の中に既に含まれていたものを、再度取り出し直しているにすぎない。その意味で、除去則は、導入則に基いて正当化されうる。

調和の関係は、もっとフォーマルに表現すると、

導入則の直後に除去則が続く適用（局所的ピーク）を、つねに簡約することができること

を意味する。

以上で調和の概念に二つの表現を与えたが、このそれぞれを、先の $\wedge$ の導入・除去則を使って、具体的に説明しよう。まず、一つ目の表現についてだが、$\wedge$ の除去則に従えば、$A \wedge B$ からは、A ないし B を帰結として引き出すことができる。対して、$\wedge$ の導入則が定めるところによれば、$A \wedge B$ は、A と B を根拠として主張できる。するとここで、除去則が定める帰結である A ないし B が、導入則が定める根拠であるところの A と B の中に既に含まれているということがわかるだろう。これが、「除去則が引き出す帰結が、導入則が定める根拠の中に含まれていること」である。

次に二つ目の表現について。推論の中で、導入則の直後に除去則を適用する次のような部分は、「局所的ピーク」と呼ばれる。

[*3] 逆に、除去則を意味付与的な規則と取る考え方もある。この場合も、調和が規則の正当化の条件となる。違うのは、導入則の方が調和に基づいて除去則から正当化される、という点である。詳しくは [7] を参照。

$$\begin{array}{c} \dfrac{\dfrac{\begin{array}{cc}\Pi_0 & \Pi_1\\ A & B\end{array}}{A \land B}}{A} \\ \Pi_2 \end{array}$$

だが、$\land$ の場合、局所的ピークは、なしで済ますことができる。というのも、上の局所的ピークを、次のように「簡約」することで、局所的ピークの存在しない別の推論を作ることができるからである。

$$\begin{array}{c} \dfrac{\dfrac{\begin{array}{cc}\Pi_0 & \Pi_1\\ A & B\end{array}}{A \land B}}{A} \\ \Pi_2 \end{array} \quad \rightsquigarrow \quad \begin{array}{c}\Pi_0 \\ A \\ \Pi_2\end{array}$$

このような簡約を繰り返して、推論から局所的ピークを除去することが可能であるということが、「導入則の直後に除去則が続く局所的ピークを、つねに簡約することができること」である。そして、これが一つ目の表現とほとんど同じことを述べていることも了解されるだろう。

さて、直観主義論理における論理定項の規則はすべて、この調和の関係を満たしている。従って、直観主義論理の導入則と除去則は、複合文の意味に基づいて正当化されることができる。導入則は、複合文の意味を定める意味付与的な規則であるからして、自己正当化的（self-justifying）であるとみなせるし、除去則の方は、調和の関係に基いて、導入則から正当化されうるからである。

対して、*tonk* の規則はこの関係を満たしていない。これは、*tonk* の除去則が、*tonk* の導入則が定める意味からは正当化不可能な推論を行っているということを示す。このことを根拠にして、単側面説的な証明論的意味論においては、*tonk* の規則に従った推論を認めないのである。

ところが、古典論理の否定の規則は、調和の関係を満たしていない。古典論理の自然演繹 **NK** は、直観主義論理の自然演繹 **NJ** に次の規則のうちのどちらかを付け加えることによって得られる。

$$\dfrac{\neg\neg A}{A}\,(\neg E0) \qquad \dfrac{\begin{array}{c}[\neg A]\\ \vdots \\ \bot\end{array}}{A}\,(\neg E1)$$

だがこのどちらも、次に示す否定の導入則と調和しない。

$$\dfrac{\begin{array}{c}[A]\\ \vdots \\ \bot\end{array}}{\neg A}\,(\neg I)$$

従って、*tonk* を認めることができないのと同じように、古典論理の規則も認めることができない。このような理由から、単側面説的な証明論的意味論は、古典論理を批判する。

3 双側面説と体系 R

ラムフィットは、1）導入則と除去則が文の使用を説明する、2）導入則と除去則は、調和の関係を満たしていなければならない、という、単側面説の証明論的意味論の基本的枠組みを認めながら、単側面説が、主張という言語行為だけに注目している点を批判する。彼は、主張のみならず、否認という言語行為も考慮して、証明論的意味論を展開するべきである、という（双側面説）。そして、双側面説に基づけば、古典論理を埋め込むことができる体系 **R** を証明論的意味論的に正当化できるというのである [10]。この節では、まず体系 **R** の定義を確認した後、それを正当化しようとするラムフィットの議論が失敗していることを見る。

3.1 体系 R

3.1.1 二符号付きの式

双側面説は、主張だけではなく否認を考慮に入れなければ、文の意味を説明できないと考える。これに対応して体系 **R** は、通常の式に対して、それが主張されているのか否認されているのかという情報をプラス・マイナスの符号によって追加した二符号付きの式を単位とする自然演繹である。以下に正確な定義を述べておこう。

Definition 1. 論理式: $A \in Form$ を次のように定義する。
$p \in Atom$
$A ::= p | A \wedge A | A \vee A | \neg A | A \to A$

Definition 2. 二符号付きの式: $\alpha \in 2Form$ を次のように定義する。
$A \in Form$
$\alpha ::= +A | -A | \bot$

論理式や符号はそれ自体としてはもちろん単なる記号にすぎないが、PTS においては、言語実践を表現するものとして一定の解釈を受ける。双側面説は、言語行為を内容と力に分解して分析するフレーゲ的な理論を前提している。論理式は内容 (content) を表現するものとされる。符号は主張ないし否認の力（force) を表現する。($\bot$ を除く）二符号付きの式は両者が結合した主張ないし否認の行為を表現する。力と内容は言語行為を構成する別の要素なので、内容を保ったまま力を変える（式を変えないまま符号を変える）ことができるわけである。A の主張が「$+A$」、A の否認が「$-A$」と表現されることになる[*4][*5]。

[*4] $-A$ は、$+\neg A$ とは異なる式であり、異なる行為を表現している。前者は、A の否認であり、後者は、A の否定の主張である。否定の記号 $\neg$ は命題結合子であり、命題に作用して、より複雑な命題を形成する。否認の記号 $-$ は、言語行為の種類（力）を表すものであり、命題に作用して、行為を形成する。両者は混同されてはならない。例えば、$\neg A, \neg\neg A, \neg\neg\neg A$ などと、否定を繰り返すことができる。だが、$--A, ---A$ というように、否認を繰り返すことはできない。

[*5] 実はラムフィットが符号に与えている解釈は一定していない。[10, p.803][11, p.312] などでは、符号が力の表現であ

矛盾記号が論理式ではなく二符号付きの式として扱われていることに注意して欲しい。これはラムフィットが、矛盾記号を一種の「句読点」とみなしており、文ではないと考えていることを反映している。矛盾記号も含めた式の集合としては $Form_{\perp} = Form \cup \{\perp\}$ を考える。後に **NK** と **R** の相互関係を論じることになるが、その際 **NK** は $Form_{\perp}$ 上の体系であることを前提する。

3.1.2 論理規則

体系 **R** は論理規則と協調規則の二種類を持つ。まず、論理規則を確認しよう。

論理規則は、それぞれの論理結合子に対して、プラスの導入則、プラスの除去則、マイナスの導入則、マイナスの除去則が設定される (以下で、A と B は $Form$、α は $2Form$ に対する図式文字である)。

$$\frac{+A \qquad +B}{+A \wedge B}\,(+\wedge I) \quad \frac{+A \wedge B}{+A}\,(+\wedge E0) \quad \frac{+A \wedge B}{+B}\,(+\wedge E1)$$

$$\frac{-A}{-A \wedge B}\,(-\wedge I0) \quad \frac{-B}{-A \wedge B}\,(-\wedge I1) \quad \frac{-A \wedge B \qquad \begin{array}{c}[-A]\\ \vdots \\ \alpha\end{array} \qquad \begin{array}{c}[-B]\\ \vdots \\ \alpha\end{array}}{\alpha}\,(-\wedge E)$$

$$\frac{+A}{+A \vee B}\,(+\vee I0) \quad \frac{+B}{+A \vee B}\,(+\vee I1) \quad \frac{+A \vee B \qquad \begin{array}{c}[+A]\\ \vdots \\ \alpha\end{array} \qquad \begin{array}{c}[+B]\\ \vdots \\ \alpha\end{array}}{\alpha}\,(+\vee E)$$

$$\frac{-A \qquad -B}{-A \vee B}\,(-\vee I) \quad \frac{-A \vee B}{-A}\,(-\vee E0) \quad \frac{-A \vee B}{-B}\,(-\vee E1)$$

$$\frac{\begin{array}{c}[+A]\\ \vdots \\ +B\end{array}}{+A \to B}\,(+\to I) \quad \frac{+A \to B \qquad +A}{+B}\,(+\to E)$$

$$\frac{+A \qquad -B}{-A \to B}\,(-\to I) \quad \frac{-A \to B}{+A}\,(-\to E0) \quad \frac{-A \to B}{-B}\,(-\to E1)$$

$$\frac{-A}{+\neg A}\,(+\neg I) \quad \frac{+\neg A}{-A}\,(+\neg E) \quad \frac{+A}{-\neg A}\,(-\neg I) \quad \frac{-\neg A}{+A}\,(-\neg E)$$

ることが述べられており、さらに [11, p.320][12, p.1062] では、双側面説が主張と否認という二種の言語行為を認めることが強調されている。ゆえにこうした記述からは、本文中で述べたような解釈をラムフィットが採っていることが伺える。一方で、[10, p.800] では、符号付きの式はスマイリーの [15] が議論の俎上に載せている疑問文と答えの合成物の省略だとしている。すなわち $+A$ が「Is it the case that A? Yes.」、$-A$ が「Is it the case that A? No.」の省略であるというわけだ。だが、この二つの解釈は両立しない。スマイリー自身が述べているように [15, p.1]、疑問文と答えの組が、主張や否認の力を必ず表現するわけではない（主張や否認の行為を表現しないケースがありうる）からだ。双側面説という立場——主張と否認という二種の言語行為の組によって意味論を構築するという立場——を取って PTS を構築するのなら、主張や否認の力を表現するための記号が必要である。本論文はラムフィットの双側面説的 PTS を検討するものであるので、符号について、本文中で述べたような解釈を取る。

3.1.3 協調規則

協調規則は、文の内部構造を無視した、プラスとマイナスの極性にだけに関わる規則である。BCL においては、無矛盾則と帰謬法の二種が設定される (ただし、α^* は α の符号を変化させたものを指す。つまり、$(+A)^* \equiv -A$、$(-A)^* \equiv +A$ である[*6])。

$$\frac{+A \qquad -A}{\perp}\ (\text{無矛盾則}) \qquad \frac{\begin{array}{c}[\alpha]\\ \vdots \\ \perp\end{array}}{\alpha^*}\ (\text{帰謬法})$$

以上の規則によって定義されるのが体系 **R** である。

3.1.4 体系 R と古典論理

体系 **R** と、古典命題論理の自然演繹 **NK** について、次の定理が成り立つ（以下、$\Leftrightarrow$ はメタレベルで同値性を表現する記号として使用する）。

Theorem 1. $Form_\perp$から $2Form$ への翻訳 d を次のように定義する。$d(A) \equiv +A, d(\perp) \equiv \perp$。さらに、$\Gamma \subseteq Form_\perp$ に対して、$d(\Gamma) = \{d(A)|A \in \Gamma\}$ とする。すると、任意の $\Gamma \subseteq Form_\perp$ と、任意の $A \in Form_\perp$ について、次が成り立つ。

NK において、Γから A に至る証明が存在する $\Leftrightarrow$ 体系 **R** で、$d(\Gamma)$ から $d(A)$ に至る証明が存在する

$Form_\perp$ における古典的な帰結関係は、適切な翻訳のもとで、$Form_\perp$ の翻訳であるような式における **R** の帰結関係と同じである。従って、もしも体系 **R** を正当化できれば、$Form_\perp$ の元にその翻訳であるような $2Form$ と同じ行為を表現するものとして解釈を与えた上で、$Form_\perp$ における古典的帰結関係を妥当なものとして正当化できる。例えば排中律（の翻訳）は次のように **R** において示される。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[-A \vee \neg A]}{-A}\,(-\vee E0) \qquad \dfrac{\dfrac{[-A \vee \neg A]}{-\neg A}\,(-\vee E1)}{+A}\,(-\neg E)}{\perp}\,(\text{無矛盾則})}{+A \vee \neg A}\,(\text{帰謬法})$$

そしてラムフィットは、双側面説を取れば、体系 **R** を証明論的意味論の考え方に基いて正当化し、古典論理の帰結関係を正当化できる、と主張する。

[*6] $\equiv$ はシンタクティカルな同一性を表現する。つまり、$A \equiv B$ と書いた場合、A と B は同一の記号表現であるとみなす。

3.2 体系 R の正当化

では、体系 **R**（及びその一部としての古典論理）を双側面説的 PTS にもとづいてどのように正当化できるだろうか。この節では、ラムフィットの考えるところの体系 **R** の証明論的正当化を確認し、それが失敗していることを論じる。

3.2.1 論理規則の正当化

まず、論理規則については、単側面説における論理規則の正当化と全く同じ考えを当てはめることができる。

単側面説的な PTS においては、導入則と除去則は、お互いに調和の関係を保持していることをもって正当化されていた。双側面説的 PTS は、以上の考え方を、ただ単に主張と否認に対して複層化するだけでそのまま当てはめることができる。なぜなら体系 **R** のプラスの導入・除去則、マイナスの導入・除去則はそれぞれ調和しているからである。単側面説的な証明論的意味論と同様な仕方で、これらの規則を、意味に基づいて正当化できるはずである。

具体的には、プラスとマイナスの導入則は、意味を定める規則として自己正当化的である（プラスとマイナス、双方の規則が意味決定に関わるという点で、双側面説の前提が効いている）。プラスとマイナスの除去則は、調和の関係によって派生的に正当化される。

3.3 協調規則の正当化

しかし、論理規則だけでは、古典論理を内部で展開するには不十分である。古典論理を正当化するためには、二種の協調規則が正当化できなければならない。そして、我々は、協調原理は正当化できない規則を含んでいると主張する。

3.3.1 無矛盾則の正当化

まず、無矛盾則がどのように正当化されるか考えてみよう。無矛盾則は、同じ文の主張と否認からつねに矛盾が帰結することを定めている。つまり、無矛盾則は、主張と否認という言語行為のあり方に関わる**一般的な**法則である。しかし、我々は、文の意味が、その文を主張/否認をすることの根拠と帰結を定めるものであると考えていた。従って、個々の文の主張/否認からなにが帰結するかは、個々の文の意味においてすでに、**個別的に**定まっているはずである。すると、一般的な法則としての無矛盾則は、論理規則によって個別的に定められた文の意味と齟齬をきたしてはならず、むしろ文の意味に基いて正当化される必要があるはずである。いわば、無矛盾則と文の意味とが「調和」している必要があるということである。この正当化がどのようになされるかを、原子文と複合文のケースに分けてみてみよう。

原子文のケース。 体系 **R** の論理規則から、原子文の意味を読み取ることはできない。体系 **R** の論理規則はあくまで、複合文の根拠と帰結を語るのみだからだ。従って、原子文の意味が定まっていな

い以上、すでに与えられている原子文の意味に基いて、無矛盾則を正当化することもできない。

ラムフィットはむしろ、原子文に関する無矛盾則を、原子文の意味の定め方に関する要請として捉えている [10, p.815]。つまり、原子文に対して無矛盾則が正当化できるような（無矛盾則と調和するような）意味の定め方がなされていることを要請しておき、この要請が満たされているという前提のもとで、原子文についての無矛盾則を推論規則として認めることができる、ということである。

もちろん、原子文の意味に対していかなる要請を行ってもよいわけではない。どのような推論原理が論理法則として認めうるかは議論があるが、少なくとも、原子文の意味内容について実質的な要請をしなければ正当化できないような規則は、命題論理の**論理**法則としては失格であろう。原子文に対して無矛盾則が満たされていることを要請することが、原子文の意味内容に対して強い要請を行うこととなるなら、原子文に対する無矛盾則は、論理法則としては認めがたい。

ラムフィットはそのようになっているとは考えない（そして、我々もこの点では彼に同意する）。ラムフィットが無矛盾則の要請を原子文に行うのは、それが、双側面説的な意味の与え方の適切性の基準を成すと考えているからである。つまり、ある文に適切に双側面説的な意味が与えられていると言うためには、その文が無矛盾則を満たすことが必要条件となる、と考えているからである [11, p.308]。従って、無矛盾則を満たすことを要請することは、原子文の意味内容についての要請というより、まともな意味内容がそもそも与えられていることを要求することにすぎない。したがって無矛盾則は、リーズナブルな要請といえよう。

複合文のケース。 複合文の意味、つまり、複合文を使った主張/否認の根拠/帰結のあり方は、$\mathbf{R}$ の論理規則によってすでに定まっている。従って、$\mathbf{R}$ の論理規則に基いて、複合文に対する無矛盾則が正当化されなければならない。論理規則と無矛盾則が「調和」している必要性がある。

論理規則と無矛盾則の間に「調和」と呼びうるような関係が必要であることは、次の例からも見て取れる。次のような導入則を持つ結合子、*bonk* を考えよう。

$$\frac{+A}{+A\,bonk\,B}\,(+bonk\,I) \qquad \frac{-B}{-A\,bonk\,B}\,(-bonk\,I)$$

すると、次のように、任意の主張 $+A$ と任意の否認 $-B$ から矛盾を導くことができる。

$$\frac{\dfrac{+A}{+A\,bonk\,B} \qquad \dfrac{-B}{-A\,bonk\,B}}{\bot}$$

これは、導入則と除去則が調和していない *tonk* によって体系が破壊されたのと同様に、論理規則と無矛盾則が調和していない *bonk* によって体系が破壊された事態としてみることができる。従って、*tonk* の場合と同様に、論理規則と無矛盾則が調和し、前者から後者を正当化できるようになっていなければならない。

では、論理規則から無矛盾則が正当化できる、とはどういうことだろうか。それは、原子文に対する無矛盾則と、体系 $\mathbf{R}$ の論理規則から、複合文に対する無矛盾則を導くことができる、ということである。つまり、次の定理が成り立っていることである。

Theorem 2. 任意の $A \in Form$ について、$+A$ と $-A$ から $\bot$ に至る証明を、原子文に対する無矛盾則の適用と、$\mathbf{R}$ の論理規則によって作ることができる。

ラムフィットはこの定理が成り立つことを指摘し、これをもって複合文に対する無矛盾則が正当化されるとしている。Theorem 2 によれば、原子文について無矛盾則が成り立っているとすれば、論理規則から、複合文についても無矛盾則が成り立つことを保証できる。原子文についての無矛盾則が正当化されることはすでに確認したから、これをもって、複合文に対する無矛盾則は、複合文の意味の定め方に基づいて正当化されていると言っていいだろう。我々はこの事態を、論理規則と無矛盾則の調和、と呼びたい。

まとめると次のようになる。原子文に対する無矛盾則は、原子文の意味の定め方に対するリーズナブルな要請を表現するものとして正当化される。複合文に対する無矛盾則は、複合文の意味の定め方と調和していることによって正当化される。従って、無矛盾則の正当化には問題がない。

3.3.2　帰謬法の正当化

問題をもたらすのは、帰謬法である。帰謬法は、ラムフィットが符号付きの式に与える解釈に従えば、ある文の主張が矛盾を導くなら、それを根拠として、同じ文を否認してよいということ、及び、ある文の否認が矛盾を導くなら、それを根拠として、同じ文を主張してよいということ、を意味する。もっと単純化すれば、主張が正当でないなら否認が正当であり、否認が正当でないなら主張が正当であるということである。これは、「主張が正当であること」を主張が真であること、「否認が正当であること」を主張が偽であることとして読めば、二値原理に等しい内容を持つ。このような強力な推論規則をいかにして正当化できるだろうか。

ここでの困難は、帰謬法がいったいいかなる地位を持つ規則なのか、まったくはっきりしないということである。既に見たように論理規則は、個々の複合文の意味に基づく根拠と帰結を説明する。次に、無矛盾則は、主張と否認の間の一般的な関係を表現している。しかしながら、帰謬法は、このどちらの規則とも同じ地位を持つものとは考えられない。

まず、帰謬法が無矛盾則と同様の地位を持つ規則であるとしてみよう。すると、無矛盾則と同様に、帰謬法もまた、個々の文に与えられた意味と齟齬をきたしてはならない。帰謬法もまた、文に与えられた個別的な意味から正当化できる必要がある。特に複合文のケースに限って考えれば、複合文の意味を定める体系 $\mathbf{R}$ の論理規則から、帰謬法の使用を正当化できなければならない。つまり、原子文に対して帰謬法（及び無矛盾則）が成り立つなら、複合文に対しても帰謬法（及び無矛盾則）が成り立つ、ということが保証できるように、導入則と除去則が関係している必要が出てくるのである。

フェライラは、これが成り立っていないことを可能世界意味論を使って示し、ラムフィットを批判した [4]。つまり、原子文に対して帰謬法が成り立つなら、複合文に対しても帰謬法が成り立つということを、導入則と除去則によっては保証できないのである。従って、もしも帰謬法が無矛盾則と同様の、主張と否認に関わる一般的な規則であるとすると、帰謬法の使用は文の個別的な意味と衝突しており、正当化できない。フェライラ自身の言葉を引用しよう。

> [複合文] の意義は、(その要素となる文を主張し否認する条件が与えられれているのなら、) その主結合子の導入則と除去則によって、**完全に**決定される。従って、任意の文に対する協調原理を前提することは許されない。むしろそれらは、原子レベルの協調原理と、論理規則から

> 導かれなければならない。しかし、そのようにはなっていない。結果として、いくつかの論理の基本法則は説明されないままであり、これはラムフィットの双側面説に大きな問題を突きつける。[4, p.1057]

しかし、帰謬法を無矛盾則ではなく、論理規則と同等のものとして考える道もあるのではないか。つまり、帰謬法を、論理規則のような、文の意味に基づく根拠と帰結を説明する規則と考えれば、フェライラの批判を切り抜けられるのではないか？ 帰謬法は、主張の根拠として、否認から矛盾が導かれることを特定し、否認の根拠として、主張から矛盾が導かれることを特定している。つまり、帰謬法は導入則と同様に、文をその意味に基づいて主張したり否認したりするための根拠を特定する規則である、と捉えることができる。すると、導入則が、意味を付与する規則として自己正当化的であったように、帰謬法も、意味付与的・自己正当化的であると言えそうである。

しかし、この方針はうまくいかない。なぜなら、帰謬法を意味付与的な規則と見なす場合、意味の定め方が循環してしまうからである。例えば、帰謬法によれば、$+A$ の根拠（の一つ）は、$-A$ から矛盾を導けることである。だが、$-A$ から矛盾を導くためには何が必要なのかは、$-A$ の意味に依存している。つまり、帰謬法は、$+A$ の根拠を、$-A$ の意味に言及して定めている規則であると言える。同時に帰謬法は、$-A$ の根拠を、$+A$ の意味に言及して定めている。

さて、帰謬法を、文の根拠を定め、そのことによって文に意味を付与する規則であるとみなすとしよう。すると、$+A$ の意味は、帰謬法によって、$-A$ の意味に言及して定められることになる。さらに、$-A$ の意味は、帰謬法によって、$+A$ の意味に言及して定められる。この様に述べてみると、$+A$ と $-A$ の間で、意味の約定が循環を起こしていることが明らかである。したがって、帰謬法を導入則に比し、意味付与的な規則とみなすことはできない。

だが、まだ別の可能性があるかもしれない。帰謬法を、文の根拠を定める導入則とみなしつつ、それを意味付与的とみなすことなく、むしろ、除去則から正当化される規則であると考える道である。つまり、導入則が意味付与的、除去則が派生的、という構図を逆転させ、除去則が意味付与的、導入則が派生的、と考えた上で、帰謬法を除去則から正当化する、という考え方である。実際、PTS の中では、除去則を基礎的であると考える枠組みが、「プラグマティックな意味理論」と呼ばれ、研究されている [7]。このプラグマティックな枠組みを利用して、帰謬法を正当化できないだろうか。

だが、プラグマティックな枠組みに移動したとしても、依然として導入則・除去則の調和の関係が必要になる。通常の PTS では、複合文の除去則が正当化されるのは、それが、複合文の根拠にすでに「含まれている」帰結、つまり、複合文の根拠から、当該の除去則を利用せずに導くことのできる帰結、だけを取り出しているからである。そして、そのことを確約するのが、局所的ピークの簡約である。対して、プラグマティックな PTS では、複合文の導入則が正当化可能であるのは、それが、複合文の帰結をすでに「含んでいる」根拠、つまり、複合文の帰結を、当該の導入則を利用せずに導くことができるような根拠、から複合文を導いているからである。結局この場合も、要求されているのは、局所的ピークの簡約である。したがって、プラグマティックな枠組みに移動したとしても、局所的ピークの簡約可能性が、導入則の正当化には必要とされる。

だが、「導入則」としての帰謬法と、除去則の間に、簡約可能性は成り立っていない。例えば、$-\wedge$

の除去則との局所的ピークは次のようになるはずである。

$$\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}[+A\wedge B]\\ \vdots\\ \bot\end{array}}{-A\wedge B}\qquad \begin{array}{c}[-A]\\ \vdots\\ \alpha\end{array}\qquad \begin{array}{c}[-B]\\ \vdots\\ \alpha\end{array}}{\alpha}$$

そして、この局所的ピークは、以下のように一般的に消去できる。

$$\begin{array}{c}\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}[-A]\\ \vdots\\ \alpha\end{array}\qquad [\alpha^*]}{\bot}}{+A}\qquad \dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}[-B]\\ \vdots\\ \alpha\end{array}\qquad [\alpha^*]}{\bot}}{+B}}{+A\wedge B}\\ \vdots\\ \dfrac{\bot}{\alpha}\end{array}$$

一見、これは、局所的ピークの簡約可能性を示しているようにみえる。が、それは誤りである。なぜなら、局所的ピークが消去された後の証明図では、α という符号付きの式に帰謬法が適用されているからである。つまり、$\wedge$ の除去則と帰謬法が作る局所的ピークが消去できるためには、あらかじめそこに登場する論理式の複雑さを限っておくことができない言語行為 α に対する帰謬法が正当な規則であることが前提される。そのため、局所的ピークの消去による帰謬法の正当化は、帰謬法の正当性を前提することとなる。要するに、プラグマティックな枠組みを考えたところで、循環をきたすような正当化しかできないのである。

まとめると、帰謬法は、無矛盾則のような、主張と否認の間の一般的関係を定める規則とは考えられないし、論理規則のように、文の意味に基づく根拠と帰結を表現する規則であると見做すこともできない。では、帰謬法はいかなる地位を持つ規則であり、その正当化は、文の意味の定め方からどのように可能になるのだろうか。これがまったく不明なのである[*7]。特に、帰謬法は、論理規則と無矛盾則だけでは不可能な推論を可能にする。つまり、帰謬法は、複合文の意味の定まり方と、文の意味が適切に定まっているというミニマルな前提からは、正当化することができない推論である。このこ

[*7] フェライラの批判を受けたリプライ論文で、ラムフィットは、帰謬法の正当化について、「双側面的定式化において理解が前提されていること——つまり、真と偽の関係」に基いている、とだけ述べ [12, p.1062]、彼の別の論文 [13] の参照を促している。ここでラムフィットが、帰謬法を双側面説的 PTS にもとづいて正当化する何らかの方法——無矛盾則を正当化する方法とは別の方法があることを示唆している可能性はある。だが、そこで何を念頭に置いているのかは、[13] を参照してもわからない。[13] は古典論理に関する単側面説的なモデル論的意味論を提案した論文であり、双側面説的 PTS とどう関わるのか不明である。そもそも、真や偽といった意味論的な概念に関する理解は、我々の言語実践における文の使い方から説明されるべきである、というのが PTS の基本的な発想であり、真理値に関する理解をもとにして我々の文の使い方を正当化する、というのは、それとまったく正反対であるように思われる。ただし、[13] は、古典論理の、反証主義的と言っていいような意味論を提案した論文でもある。従って、ラムフィットは、[13] が単側面説とモデル論的意味論の枠組みで行ったことを双側面説と PTS の枠組みに移動するというアイデア——つまり、我々が次の節で提案する、反証主義的双側面説の発想にすでに至っていた可能性もある。注 5 も参照。

とをもって、帰謬法は、複合文の意味の定まり方を無視した、違法な推論である、と結論することは、それほど奇異ではないだろう。

従って我々は、ラムフィットの、体系 **R** を双側面説的な証明論的意味論に基いて正当化し、その一部として古典論理を正当化しようとする試みは、失敗している、と結論付けざるを得ない。

4 もうひとつの双側面説と体系 E

前章までの議論で、ラムフィットによる体系 **R** に基づく古典的 PTS が失敗していることが明らかとなった。だが我々は、体系 **R** や古典論理を正当化するような証明論的意味論は存在すると考える。この章の目的は、体系 **R** を改良した体系 **E** に基づく PTS を提示することで、体系 **R** が体系 **E** に忠実に埋め込めることをもって、体系 **R** と古典論理の帰結関係を正当化する。もしも体系 **E** が正当化できれば、適切な翻訳によって $Form_{\perp}$ および $2Form$ の元を解釈することで、体系 **R** と古典論理の帰結関係を正当化できる。

我々が提示する PTS は、純粋に形式的に見るならば、ある形式体系 (体系 **E**) の記述と、その体系の推論規則がもつ一定の性質の記述からなる。これを現実の言語実践を（それがどれほどの理想化を含むにせよ、何らかの意味で）分析するための理論として見るためには、批判という言語行為の存在、反証主義 etc. 後述するいくつかの前提を受け入れなければならない。こうした理論的前提の中には、検証主義や単側面説を好む論者にとっては、認めがたいものもあるはずである。この論文では、いくつかの前提を受け入れさえすれば、古典論理や体系 **R** を（単なる形式的構築物でなく、解釈された論理として）正当化できる、と示すことに集中したい。そのため、前提それ自体については、それを一定程度もっともらしくするするような考察を提示する程度に留め、本格的な議論は別の機会に行いたい。

4.1 批判

前章までの議論を前提として、この章では、ラムフィットの体系 **R** を改良した体系 **E** を提案し、それを双側面説的と言えるような証明論的意味論によって正当化する。ラムフィットは、ダメット・プラヴィッツ型の単側面説に対して、否認という新たな言語行為を考慮することを迫り、双側面説的な証明論的意味論を提案した。我々も同様に、主張の批判と否認の批判という新たな言語行為を導入することを提案する。

新たな言語行為のタイプの導入は、純粋に形式的な視点から見るならば、新たな符号を導入し、形式体系が扱う式の範囲を拡張する、ということにすぎない（我々はすぐ後に四符号付きの式のセットを定義する)。だがもし、我々が展開する証明論的意味論が現実の言語実践の何らかの意味での分析を与えていると考えるのであれば、少なくとも、我々は、新たな符号・新たな式が現実の言語実践に対応物を持つことを示さねばならないだろう。この節の残りの部分では、我々が導入する式の対応物——主張/否認の批判——がどのような言語行為かであるかについて示唆を与え、それが存在するということについて、決定的な正当化はできないにせよ、一定のもっともらしさを与えることを試みる。

主張は、それがなされた状況と、そこで使われた文の意味に応じて、正当であったり不当であったりする。だが、主張は、真空状態で正当になったり不当になったりはしない。主張が正当であったり不当であったりするのは、その主張を正当であると評価したり、不当であると評価したりする実践が存在するからであり、しかもそれが社会的な実践であるからであろう。従って我々は、主張を不当であると評価することができるし、しかもそれを言語によって表現できると考えるのが自然だろう。運良く自然なことが成り立っているとして、このような行為——つまり、主張を不当とする評価を言語によって表明する行為、もっと簡単に言えば、主張を不当であると告発する行為を、主張の批判と呼びたい。否認の批判も同様である。

ラムフィットが取り上げた例をもとに、具体的に説明しよう [13]。私がある更地（この更地を D 更地と呼ぶことにする）に立ち、友人の R くんに向かって、「D 更地に 2015 年以降ビルが立つことはない」と述べたとする。これは、私が「D 更地に 2015 年以降ビルが立つことはない」という文を使って主張行為を行っているものとして分析できる。二年後、その場所にビルが立ったとしよう。それを見た R くんは、「D 更地に 2015 年以降ビルが立つことはない、と言うのは間違いだ」と言ったとする。このとき、R くんは、「D 更地に 2015 年以降ビルが立つことはない」という文を使った主張を不当であるとして評価し、それを言語によって表明している。あるいは、件の主張を不当であるとして、言語によって告発している。我々が主張の批判/否認の批判と呼びたいのは、このような言語行為である。

以上で、批判なる言語行為の存在に一定のもっともらしさを与えることは出来たと信ずる。繰り返すが、批判の導入に決定的な擁護を与えられたわけではないし、反論が必ず失敗すると示されたわけでもない。特に、次のような反論が想定される。フレーゲは [5] において、否認を否定の主張として分析するべきだと述べた。批判という言語行為についても、それは「主張が間違っている」という内容の主張である、ないし、否認であると分析されるべきなのではないか。この反論に対する本格的な再反論は稿を改めて行いたいが、簡単に方向性だけ述べておく。フレーゲは、自然言語の推論を一般的な論理法則の一例として説明するという目標に対する経済性に基づいて、否認を否定の主張として分析することを主張した。よってラムフィットやプライスが、双側面説的な意味の説明を行うという別の目標を指摘して、原始的な言語行為としての否認をフレーゲに対して擁護しているのは正当である [10, p.812][9, p.172]。我々も同様に、反証主義的な意味の説明を行うという目標を指摘して、批判という言語行為を原始的に導入することを擁護したい。

4.2 反証主義的双側面説

我々の PTS では、主張の批判と否認の批判を、文の意味付与にかかわる基礎的な言語行為であると考え、論理規則によって批判の＜根拠＞と＜帰結＞を説明する。我々の意味論は、後に述べる理由から、反証主義的双側面説と呼ぶのが妥当である。そして我々は、反証主義的双側面説に基づく証明論的意味論によって、体系 **E** という推論体系を正当化する。体系 **E** には、体系 **R** を埋め込むことができ、さらに、体系 **R** には古典論理を埋め込むことができる。従って、体系 **E** を正当化することで、古典論理の帰結関係を正当化することができる。

ところで、主張の批判と否認の批判に焦点を当てて文の意味を説明するというアイデアは、一見すると、不当に問題をズラしているように見えるかもしれない。単側面説・双側面説はともに、文の使用を説明することで、文の意味を説明しようとする企図にもとづいていた。主張の批判、否認の批判も、文を使った行為であることは間違いない。従って、主張の批判と否認の批判の根拠と帰結を説明することは、文の使用のある側面を説明することにはなるだろう。だが、文の使用のその他の側面もまた、無視されてはならない。少なくとも、主張と否認の根拠・帰結という側面もまた、説明される必要があるはずである。これらが説明できない限り、文の意味が定められたとは言えないのではないか？

この問題は簡単に解決できる。なぜなら、主張の批判と否認の批判に関する説明をもとにして、文の主張と否認の根拠・帰結の側面を間接的に説明することができるからである。この目的を果すためには、主張の批判と主張・否認の批判と否認を関連付けるための原則が必要である。このような原則を、我々はのちに、自然演繹の推論規則として明示的に定式化する。とりあえずここでは、主張・主張の批判・否認・否認の批判の関係を直観的に述べておく。

- 主張の批判が矛盾を導くことが、主張の根拠である。
- 主張は、主張の批判と合わせて、矛盾を導く。
- 否認の批判が矛盾を導くことが、否認の根拠である。
- 否認は、主張の批判と合わせて、矛盾を導く。

この四つを合わせて、批判反転原則と呼ぶことにする。主張/否認の批判は、主張/否認の不当性を告発する行為であった。そのため、最初の二つの原則は、「主張が不当でない場合に（そしてその場合にのみ)、主張が正当になる」という関係を、推論の形で捉えたものとなっている。後の二つの原則は、「否認が不当でない場合に（そしてその場合にのみ)、否認が正当になる」という関係を表現する。

4.3 反証主義はなぜそう呼ばれるのか

我々の PTS の具体的細部に入る前に、この PTS が反証主義的と呼ばれるべき理由を説明しておこう。この名称は、ダメットが提案した、「反証主義的な意味理論」の概念に由来する [3]。ダメットは、主張が正当であると示す検証を基礎概念とする意味理論を「検証主義的な意味理論」と呼ぶ。これに対して、主張が不当であると示す反証を基礎概念とする意味理論を、「反証主義的な意味理論」と呼ぶ*8。単側面説的な PTS は主張の根拠を意味付与的であると考えるが、主張の根拠とは結局、その主張の検証に他ならない。よって、単側面説的な PTS は、検証主義的な意味理論の一種である。また、ラムフィットの双側面説的な PTS は、主張と否認の検証を定めているものとして見ることができる。そのため、双側面説的な検証主義的意味理論である、と言っていい。

これに対して、我々が提案する、主張と否認の批判をもとにした PTS は、ダメットの言う反証主

*8 興味深いことに、ラムフィット自身が、別の論文では、反証主義に近いアイデアに基づく意味論を提示している [13]。ただし、ラムフィットが提示している意味理論は、主張だけを基礎的な言語行為とするので、単側面説的な反証主義的意味論であると言える。さらに、ラムフィットの意味論は、証明論的ではなくモデル論的なものである。

義的意味理論にあたると考えてよい。我々の PTS は後に見るように、主張や否認を批判するための根拠によって、文に意味が付与されるとする。一方、主張や否認の批判は、主張や否認を不当であるとして告発する言語行為であった。そのため、批判の根拠を定めることは、主張や否認が不当であると告発するための根拠を定めることでもあるが、これはまさしく主張や否認の反証を定めることに他ならない。要するに、我々の PTS は、主張や否認の反証の概念を、文の意味を説明するための基礎にとっている。従って我々の PTS は双側面的でかつ反証主義的であるということができる。

なおここで、検証主義的な PTS を展開しているはずのダメットが、幾つかの論文で、検証主義よりもむしろ反証主義的な意味論のほうが適切なものであると主張していることを指摘しておきたい。例えば既に言及した [3] においてダメットは次のように述べている。

> [主張] は、主要には、聞き手の行為を導くものである（内的な判断は思考している人の行為を導く）。聞き手にある種の期待をもたせることで、導きとして機能する。期待の内容は、我々を驚かせるものによって決定される。つまり、期待に適うものでなく、期待に従わないものによって、決定される。主張を受け入れる人が形成する期待は、そもそも、主張を正当にするような認識可能な出来事のうちの一つが実現するだろう、という彼の想定によって特徴づけられはしない。なぜなら一般に、主張が正しかったと示されるまでに経っているかもしれない時間の長さには上限がなく、よってそのような想定にはなんの実質もないからだ。むしろ主張を受け入れる人が形成する期待は、主張が不当だったと示すような出来事の生起を許さない、という事によって特徴づけられるべきである。この種のネガティヴな期待は実質を持つ。なぜなら裏切られうるからだ。従って、主張という言語行為を説明するための基礎的な概念は、主張の不当性である。主張の正当性の概念は、主張の不当性の概念から次の仕方で派生するものにすぎない。つまり、主張は、それを不当であると示すような事態が発生することを排除するような出来事が起こったとき、正当であると判定される、という仕方である。（中略）こうした考察は、異なる種類の意味理論の構築を促す。その意味理論は、超越的ではなく、実効的な概念だけを使うという点において検証主義的理論と共通しているが、理論の中心概念として、反証をもって検証にかえる。[3, pp.82-83]

ここでダメットが述べているのは、適切な意味論は反証主義に基づくべきであるということと、反証主義的な意味論において主張行為の正当性は、「不当性が排除されている状態」として間接的に説明されるべきであるということ、この 2 つである。このうち前者において、ダメットが反証主義的意味論に好意的であったことが読み取れる。

さらに、我々が提示した「批判反転原則」は、上の引用で述べられている内容の 2 つ目を、矛盾の概念を使って言い換えたものにほかならない。このことと前段落で述べたことを合わせれば、我々の反証主義的な PTS は、ダメットが持っていた「あるべき意味論の形」についてのアイデアを、PTS として形式化したものと捉えることができる[*9]。

反証主義的双側面説に基づく PTS が、現実の言語実践の何らかの意味での分析を与えていると考

---

*9 もちろんダメットは単側面説を取っていたので、我々の意味論が双側面説にもとづいている点は受け入れないだろう。

えるのであれば、少なくとも、1) 現実の言語実践の中に主張の批判や否認の批判という言語行為が存在するということ、2) 言語実践の中で主張・否認の批判行為こそが文の意味を決していること、3) その言語実践の中で批判反転原則が成り立つこと、を擁護せねばならない。1) については既に簡単に議論した。2)、3) を本格的に擁護するためには、様々な分野・状況での我々の言語実践についてもっと繊細な注意を向ける必要があるように思われる。だが、ダメットが [3] において反証主義や批判反転原則に好意的な議論を与えているとすれば、2)、3) を擁護する際、我々は [3] におけるダメットの議論を助けとできるであろう。

4.4 体系 E

それでは、実際に反証主義的双側面説に基づく体系 **E** を提示しよう。

4.4.1 四符号付きの式

体系 **E** は以下に定義する四符号付きの式を単位とする自然演繹である。

Definition 3. 論理式*:* $A \in Form^*$ を次のように定義する。
$p \in Atom$
$A ::= p|A \wedge A|A \vee A|\neg A$

Definition 4. 四符号付きの式*:* $\alpha \in 4Form$ を次のように定義する。
$A \in Form^*$
$\alpha ::= +A| - A| \oplus A| \ominus A|\bot$

新しく導入された符号は我々の PTS では次のように解釈される。$\oplus$ は主張の批判の力を表現し、$\ominus$ は否認の批判の力を表現する。$\oplus A$ は、A の主張の批判を表す。$\ominus A$ は、A の否認の批判を表す。

4.4.2 論理規則

体系 **E** は、論理規則、反転規則、協調規則の三種類の規則を持つ。論理規則は、それぞれの結合子に対して、$\oplus$ の導入・除去則、$\ominus$ の導入・除去則が設定される (A, B は $Form^*$、α は $4Form$ の図式文字)。

$$\frac{\ominus A \qquad \ominus B}{\ominus A \wedge B}\ (\ominus \wedge I) \quad \frac{\ominus A \wedge B}{\ominus A}\ (\ominus \wedge E0) \quad \frac{\ominus A \wedge B}{\ominus B}\ (\ominus \wedge E1)$$

$$\frac{\oplus A}{\oplus A \wedge B}\ (\oplus \wedge I0) \quad \frac{\oplus B}{\oplus A \wedge B}\ (\oplus \wedge I1) \quad \frac{\oplus A \wedge B \qquad \begin{matrix}[\oplus A]\\ \vdots \\ \alpha\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[\oplus B]\\ \vdots \\ \alpha\end{matrix}}{\alpha}\ (\oplus \wedge E)$$

$$\frac{\ominus A}{\ominus A \vee B}\ (\ominus \vee I0) \quad \frac{\ominus B}{\ominus A \vee B}\ (\ominus \vee I1) \quad \frac{\ominus A \vee B \qquad \begin{matrix}[\ominus A]\\ \vdots \\ \alpha\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[\ominus B]\\ \vdots \\ \alpha\end{matrix}}{\alpha}\ (\ominus \vee E)$$

$$\frac{\oplus A \qquad \oplus B}{\oplus A \vee B}\ (\oplus \vee I)\quad \frac{\oplus A \vee B}{\oplus A}\ (\oplus \vee E0)\quad \frac{\oplus A \vee B}{\oplus B}\ (\oplus \vee E1)$$

$$\frac{\oplus A}{\ominus\neg A}\ (\ominus\neg I)\quad \frac{\ominus\neg A}{\oplus A}\ (\ominus\neg E)\quad \frac{\ominus A}{\oplus\neg A}\ (\oplus\neg I)\quad \frac{\oplus\neg A}{\ominus A}\ (\oplus\neg E)$$

以上の規則は、対応する体系 **R** の論理規則を、$+$ を $\ominus$ に、$-$ を $\oplus$ に替えて、書きなおしたものにすぎない。

4.4.3 反転規則

次に、反転規則を提示する。反転規則は、批判反転原則を規則として具体化し、批判から主張/否認を説明するための規則である。

$$\begin{array}{c}[\oplus A]\\ \vdots \\ \dfrac{\bot}{+A}\ (+I)\end{array}\qquad \frac{+A \qquad \oplus A}{\bot}\ (+E)\qquad \begin{array}{c}[\ominus A]\\ \vdots \\ \dfrac{\bot}{-A}\ (-I)\end{array}\qquad \frac{-A \qquad \ominus A}{\bot}\ (-E)$$

4.4.4 協調規則

主張と否認の二極性を関連付けるための協調規則として、次の二つの規則を導入する。

$$\frac{+A \qquad -A}{\bot}\ (\text{無矛盾則})\quad \frac{\oplus A \qquad \ominus A}{\bot}\ (\text{ギャップ排除則})$$

以上の規則によって定義されるのが体系 **E** である。

4.4.5 古典論理との関係

Theorem 3. $A \in Form$ に対して翻訳 $e(A) \in Form*$ を次のように帰納的に定義する。

- $A \equiv p$ なら、$e(A) \equiv p$
- $A \equiv B \to C$ なら、$e(A) \equiv \neg e(B) \vee e(C)$
- $A \equiv B \wedge C$ なら、$e(A) \equiv e(B) \wedge e(C)$
- $A \equiv B \vee C$ なら、$e(A) \equiv e(B) \vee e(C)$
- $A \equiv \neg B$ なら、$e(A) \equiv \neg e(B)$

さらに、$\alpha \in 2Form$ に対して、$e(\alpha) \in 4Form$ を次のように定義する。

- $\alpha \equiv +A$ なら $e(\alpha) \equiv +e(A)$
- $\alpha \equiv -A$ なら $e(\alpha) \equiv -e(A)$
- $\alpha \equiv \bot$なら $e(\alpha) \equiv \bot$

さらに $\Gamma \subseteq 2Form$ に対して、$e(\Gamma) = \{e(\alpha) | \alpha \in \Gamma\}$ とする。すると、任意の $\Gamma \subseteq 2Form$ と、任意の $\alpha \in 2Form$ について、次が成り立つ。

R において、Γからαに至る証明が存在する $\Leftrightarrow$ **E** において、$e(\Gamma)$ から $e(\alpha)$ に至る証明が存在する

上の定理は、適切な翻訳のもとで、体系 $\mathbf{R}$ を、帰結関係を保ったまま、体系 $\mathbf{E}$ に埋め込めるということを示している。これと、古典論理が体系 $\mathbf{R}$ の中に埋め込めることを合わせれば、古典論理が体系 $\mathbf{E}$ に埋め込める（古典論理を適当な翻訳のもとで $\mathbf{E}$ に忠実に埋め込める）ことが示せる。

4.5 体系 E の正当化

では体系 $\mathbf{E}$ はどのように正当化できるだろうか。それぞれの規則について見てみよう。

4.5.1 論理規則

体系 $\mathbf{R}$ の論理規則が調和していたのと同様に、体系 $\mathbf{E}$ の論理規則も調和している。そのため、体系 $\mathbf{E}$ の論理規則は、体系 $\mathbf{R}$ の論理規則と同様に正当化できる。$\oplus, \ominus$ の導入則は意味を定める自己正当化的規則であり（ここで反証主義的双側面説の前提が効いている）、除去則は導入則から正当化される。

4.5.2 反転規則

反転規則は、主張と否認の根拠と帰結を説明するルールである。我々は特に、$+$ と $-$ の根拠を定める $(+I), (-I)$ のルールの方を、主張と否認という言語行為のあり方を約定する規則とみなす。従って、$(+I), (-I)$ は、自己正当化的である。$(+I)$ と $(+E)$、$(-I)$ と $(-E)$ は、調和の関係をみたしているので、$(+E)$ と $(-E)$ は、$(+I)$ と $(-I)$ から正当化できる。

4.5.3 協調規則

無矛盾則は、主張と否認の両方が正当であることはないということを表現し、ギャップ排除則は、主張と否認の両方が不当であることはない、ということを言っている。われわれはこの二つの規則を、体系 $\mathbf{R}$ における無矛盾則と同様に、主張と否認の間の一般的関係を表現するものとして捉える。従って、体系 $\mathbf{R}$ における無矛盾則と同様にこれらの規則は、文の個別的な意味から正当化されねばならない。以前と同じく、原子文と複合文のケースに分けて考えよう。

原子文のケース。体系 $\mathbf{R}$ と同様、体系 $\mathbf{E}$ にも、原子文の意味を定める規則はない。従って、協調規則は、原子文の意味に対する要請として捉えるべきである。つまり、ギャップ排除則と無矛盾則が正当化されるように、意味が定められていなければならない、という要請である。問題は、原子文の意味に対する要請として、無矛盾則とギャップ排除則がリーズナブルなものであるかどうかである。

ラムフィットは、無矛盾則が成り立つことを、原子文の意味が適切に定まっているための基準であると考えていた。我々も同様に、無矛盾則とギャップ排除則が成り立つことを、原子文の意味が適切に定まっているための基準であると考える。もしこれが正しければ、体系 $\mathbf{R}$ における無矛盾則と同様に、協調規則もまた、リーズナブルな要請であり、論理法則とみなしてよいこととなる。

無矛盾則とギャップ排除則が、原子文の意味が適切に定まっているための基準であると言えるのはなぜだろうか。この理由を詳しく正確に述べるには紙幅が足りないので、ここでは簡潔に素描するに留める。無矛盾則とギャップ排除則が成り立たないとすると、主張と否認がどちらも正当であった

り、あるいは、どちらも不当であるような状況が存在することとなる。しかし、ある文を主張する者と否認する者とが常に対立し、お互いを批判しあう議論状況が設定されるのは、主張と否認という言語行為の眼目の一部である。主張と否認のどちらもが正当であったり、どちらもが不当であったりする場合、主張と否認の間に真性の対立は存在せず、議論を行う必要もないことになるだろう。ゆえに、このような状況を排除し、主張と否認の眼目を守るために、協調規則の成立が要請される必要がある。

以上の簡潔な議論はそれだけでは十分な説得力を持たないかもしれない。しかしながら、上の議論が誤っていたとしても、次のことは確実に言える。無矛盾則とギャップ排除則は、ここまで話題にしてきたどの PTS においても成り立つようになっている。単側面説的な PTS では、A の否認が正当であることは、$\neg A$ の主張が正当であることと同値であり、A の主張/否認が不当であることは、$\neg A$ の主張/否認が正当であることと同値である。つまり、符号付きの式で表せば、$-A$ と $\oplus A$ と $+\neg A$、$\ominus A$ と $-\neg A$ と $+\neg\neg A$ が等価な言語行為となるわけである。従って、もっぱら主張という言語行為を使って表せば、無矛盾則は A の主張と $\neg A$ の主張から矛盾が導かれることとなり、ギャップ排除則は、$\neg A$ の主張と $\neg\neg A$ の主張から矛盾が導かれることとなる。このどちらも直観主義論理で導くことができる。さらに、ラムフィットの双側面説的 PTS においては、無矛盾則と帰謬法が認められていた。帰謬法は、ある文の主張/否認が正当でないなら、その文の否認/主張が正当であることを表現するものであった。もしもある文の主張が不当であるなら、その文の主張は正当でないことになるので、帰謬法より、その文の否認が正当になるはずである。そのため、同じ文の主張と否認がどちらも不当になることは不可能である。つまり、帰謬法からギャップ排除則を導くことができる。従って、無矛盾則とギャップ排除則は、ここまで話題にしてきたどの PTS においても認められている原理であり、強い前提ではない。このことからも、協調規則が原子文に対してリーズナブルな要請であることを補強することができる。

複合文のケース。体系 **R** と同様、体系 **E** の導入/除去則と協調規則の間に調和が成り立っていなければならない。つまり、次が成り立つ必要がある。

Theorem 4. *(1)* 任意の $A \in Form^*$ について、$+A$ と $-A$ から $\perp$ に至る証明を、原子文に対する無矛盾則の適用と、論理規則と、反転規則だけによって作ることができる。
(2) 任意の $A \in Form^*$ について、$\oplus A$ と $\ominus A$ から $\perp$ に至る証明を、原子文に対するギャップ排除則の適用と、論理規則だけによって作ることができる。

以上は実際に成り立っている。そのため、原子文に対する協調規則を前提に、論理規則、及び反転規則によって一般的な協調規則を導出することができる。

4.6 体系 E の正当化のまとめと、体系 R・古典論理との関係

ここまでで、反証主義的な双側面説に基づき、証明論的意味論的に、体系 **E** を正当化することが出来た。その内容をまとめておこう。

- まず、導入則は、文の意味を定める規則として、自己正当化的である。
- 除去則は、導入則と調和していることによって、意味に基づいて正当化される。
- 反転規則のうち、$(+I), (-I)$ は、主張と否認という言語行為のあり方を約定する規則として、自己正当化的である。
- 反転規則のうち、$(+E), (-E)$ は、$(+I), (-I)$ と調和していることによって、主張・否認という言語行為のあり方に基いて正当化される。
- 協調規則は、原子文の意味に関するリーズナブルな要請と、複合文の意味に基いて正当化される。

以上で、体系 $\mathbf{E}$ を正当化することができた。Theorem 1,Theorem 3 より、$Form_{\perp}$ の間の古典論理における帰結関係は、適切な翻訳のもとで、$Form_{\perp}$ の翻訳であるような式の間の体系 $\mathbf{E}$ における帰結関係と同一できる。従って、体系 $\mathbf{E}$ が正当化できる以上、翻訳 d と翻訳 e によって $Form_{\perp}$ と $2Form$ の元に解釈を与えることで（つまり、$2Form$ の元は e によってそれが翻訳されるところの $4Form$ の式と同じ行為を表現するものとして解釈を与えられ、$Form_{\perp}$ の元は d によってそれが翻訳されるところの $2Form$ の元と同じ行為を表現するとして解釈される)、$Form_{\perp}$ の間での古典的な帰結関係を妥当として認めてよい。同様に、$2Form$ の間での体系 $\mathbf{R}$ の帰結関係も、妥当なものとして認めてよい。

4.6.1 なぜ双側面説と反証主義が必要なのか？

ラムフィットの双側面説的 PTS では体系 $\mathbf{R}$ を正当化出来なかったにもかかわらず、反証主義と双側面説を組み合わせることによって体系 $\mathbf{R}$ を正当化できたのはなぜであろうか。

この問題を考えるためにまず、そもそも双側面説を取ることの眼目がどこにあるのか考えてみよう。すでに見たように反証主義をとらずとも、双側面説だけで、体系 $\mathbf{R}$ の論理規則と、無矛盾則を正当化することは可能である（これを体系 $\mathbf{R}'$ と呼ぼう)。双側面説だけで正当化できるような範囲、つまり体系 $\mathbf{R}'$ の範囲でも、直観主義論理に基づく単側面説的な PTS では認められない推論が可能になる。それは、二重否定除去である。

$$\cfrac{\cfrac{+\neg\neg A}{-\neg A}}{+A}$$

双側面説において二重否定除去が可能なのはなぜであろうか？ それは、否定が、主張と否認を行き来するためのスイッチとしての役割を与えられているからである。$\neg A$ の主張が A の否認と同じ論理的地位を持つように、また、$\neg A$ の否認が A の主張と同じ論理的地位を持つように、否定の論理規則は定められている。つまり否定は、論理的地位に一切手を加えないまま、主張と否認という、言語行為の極性だけを反転させるスイッチとしての役割を果たしているのである。否定がスイッチとして捉えられるのであれば、二重否定は、右に入っていたスイッチを左に動かし、もう一度右に動かしたというだけのことにすぎず、元に戻る（除去できる）のは当然のことである。

体系 $\mathbf{R}$ においてスイッチとしての否定が実現しているのは、双側面説を取ったことに理由がある。

双側面説を取った場合、$\neg A$ の否認と主張がどう使用されるかを、$\neg A$ の意味として、**それぞれ**約定することができる（単側面説を取った場合は、$\neg A$ の否認がどのように使われるのかを約定することはできない。$\neg A$ の主張の使われ方から自動的に決定されてしまう）。従って、$\neg A$ の否認と主張がどのような論理的地位を持つのかは、無矛盾則ないしギャップ排除則のような協調原理と衝突しない限り、自由に決めることができる。そのため、$\neg A$ の主張は A の否認と、$\neg A$ の否認は A の主張と、同一視できるように、否定の意味を約定してやればよいのである（体系 $\mathbf{R}$ の論理規則はまさしくそのように否定の意味を定めている）。従って、双側面説を取ることの一つのポイントは、スイッチとしての否定を実現し、二重否定除去を可能にすることにある、と捉えることができるだろう。

ただし、体系 $\mathbf{R}$ は、これに加えてもう一つ顕著な特徴がある。それは、間接推論の可能性である。ここで間接推論とは、ある文の主張や否認を、その文を使った別の言語行為から矛盾を導くことによって、間接的に推論することを指す。体系 $\mathbf{R}$ においては、帰謬法が間接推論を可能にする。帰謬法によって、否認から矛盾を導き、主張を間接推論することができるし、逆に、主張から矛盾を導き、否認を間接推論することができる。

しかし、ラムフィットの検証主義的双側面説では、主張と否認の双方が、文の意味決定に参与する基礎的言語行為として設定されている。逆に言えば、文の意味が、その文の主張と否認のあり方を、いわば**すでに**、定めてしまっている。とすれば、間接推論は、文の意味に基づいて正当化される必要がある。これが不可能であるというのが、我々がラムフィットに浴びせた批判であった。

間接推論の可能性を確保するための最もストレートな方法は、主張や否認を、**間接推論の規則によって導入される派生的な言語行為として**捉えることである。我々が反証主義を取ったことによって行ったのが、まさしくこれであった。我々の体系 $\mathbf{E}$ においては、文の意味が支配する基礎的言語行為はあくまで批判であり、主張は、主張の批判から矛盾が導かれることで推論できるような言語行為**として**、派生的に導入される ($+$ の規則を参照)。もちろん、$(+I)$ のような推論は明らかに間接推論である。しかし、主張はもはや文の意味とは直接的には無関係であるため、文の意味から $(+I)$ を正当化する必要はない。否認についても同様である。このように、主張と否認を派生的言語行為として捉えれば、文の意味との衝突は原理的に発生しようがなく、間接推論が可能になる。

すなわちラムフィットの PTS の問題点は、究極的には以下のようなものになる。ラムフィットは自らの体系 $\mathbf{R}$ の中で、スイッチとしての否定と、間接推論を確保しようとした。スイッチとしての否定は、双側面説によって満たすことができる。だが、ラムフィットの検証主義的双側面説においては、主張と否認はどちらも文の意味決定に参与するため、文の意味と間接推論の間に衝突が発生しうる。そのため、間接推論の可能性が説明できなくなってしまったのである。

対して我々は、反証主義的双側面説を取った。双側面説を取ったことで、否認の極性と主張の極性は対称性を持ち、主張に関する $\oplus$ の規則と、否認に関する $\ominus$ の規則を、**それぞれ**約定することが可能である。そのため、$\oplus\neg A$ と $\ominus A$ が同じ論理的地位を持ち、$\ominus\neg A$ と $\oplus A$ が同じ論理的地位を持つように、否定の意味を定めてやれば、論理的地位を変えずに極性だけを反転させる、スイッチとしての否定を実現させることが可能である。もちろん、これは、体系 $\mathbf{R}$ において、双側面説がスイッチとしての否定を実現させたのと、殆ど同じメカニズムである。

さらに、反証主義をとったことによって、主張と否認は、批判という基礎的な言語行為から間接的

に説明される派生的言語行為となる。そのため、間接推論の可能性も問題なく確保することができる(体系 **E** における反転規則は、主張と否認を間接的に説明する原理であると同時に、間接推論を可能にする推論規則でもある)。従って、反証主義的双側面説のもとでは、体系 **R** の二つの特徴である、スイッチとしての否定と、間接推論の双方を手に入れることができる。これが、体系 **R** を正当化出来た理由である。

4.6.2 古典論理を手に入れるために何が必要か？

我々は、双側面説だけでは、体系 **R**、及び、古典論理を正当化できないということ、そして、双側面説と反証主義を組み合わせれば、体系 **R** を埋め込むことのできる体系 **E** を正当化できることを示した。ここから、古典論理を正当化するためには、双側面説と反証主義の双方が必要であるという印象を受けるかもしれない。この印象は誤りであることについて、注意を述べておきたい。というのも、反証主義だけでも古典論理を正当化することができるからである。

このことを見るために、まず以下のように体系 $\mathbf{E}'$ を定義する。

Definition 5. $\alpha \in C2Form$ を次のように定義する。
$A \in Form^*$
$\alpha ::= +A | \oplus A | \bot$

Definition 6. 次の規則をもつ $C2Form$ に関する自然演繹を $\mathbf{E}'$ と呼ぶ *(*ただし α は $C2Form$ に対する図式文字である*)*。

$$\frac{\oplus A}{\oplus A \wedge B}\,(\oplus \wedge I0) \quad \frac{\oplus B}{\oplus A \wedge B}\,(\oplus \wedge I1) \quad \frac{\oplus A \wedge B \qquad \begin{array}{c}[\oplus A]\\ \vdots\\ \alpha\end{array} \qquad \begin{array}{c}[\oplus B]\\ \vdots\\ \alpha\end{array}}{\alpha}\,(\oplus \wedge E)$$

$$\frac{\oplus A \qquad \oplus B}{\oplus A \vee B}\,(\oplus \vee I) \quad \frac{\oplus A \vee B}{\oplus A}\,(\oplus \vee E0) \quad \frac{\oplus A \vee B}{\oplus B}\,(\oplus \vee E1)$$

$$\frac{+A}{\oplus \neg A}\,(\oplus \neg I) \quad \frac{\oplus \neg A}{+A}\,(\oplus \neg E)$$

$$\frac{\begin{array}{c}[\oplus A]\\ \vdots\\ \bot\end{array}}{+A}\,(+I) \quad \frac{\oplus A \qquad +A}{\bot}\,(+E)$$

体系 $\mathbf{E}'$ は、論理規則として、主張の批判に関する導入則と除去則だけを含む。従って、主張を批判することの根拠と帰結を論理規則として説明している体系として考えることができる。つまり、体系 $\mathbf{E}'$ は、双側面説を取らずに、単側面説的な反証主義に基づいて正当化することのできる体系である。

体系 $\mathbf{E}'$ は、$+$ の符号の式についてだけ見れば古典論理と全く同じ帰結関係を持つ (証明は省略する)。したがって、反証主義だけを採用することによっても、古典論理の帰結関係を正当化することは可能である。

但し、体系 $\mathbf{E}'$ は、$\oplus$ と $+$ から始まる式についての推論だけを見たとしても、体系 **E** よりも真に

弱い。特に、$\oplus\neg\neg A$ から $\oplus A$ を導くことができない。もしも否定がスイッチとして働いているなら、$\oplus A$ に二重否定をつけ $\oplus\neg\neg A$ とすれば、それは ($\oplus$ と $\ominus$ の間で) 極性を二回反転させただけなので、もとの行為と同値になるはずである。逆に言えば、体系 $\mathbf{E}'$ で二重否定が不可能であるということは、体系 $\mathbf{E}'$ においては、体系 $\mathbf{R}$ におけるように、スイッチとして否定が働くことができないことを示している。

このことからわかるのは、主張と否認を反転させるスイッチとして否定が働くことと、主張同士の帰結関係において古典論理と同じように否定が振る舞うことは、全く独立のことだということである。検証主義的双側面説を取れば、否定をスイッチとして働かせることができるが、間接推論ができないため、古典論理を手に入れることはできない（体系 $\mathbf{R}'$)。逆に、反証主義的単側面説を取ると、古典論理を手に入れることができるが、否定はスイッチとして働かない（体系 $\mathbf{E}'$)。反証主義双側面説においては、否定をスイッチとして働かせることができると同時に、古典論理を手に入れることもできる（体系 $\mathbf{E}$)。

5　結語

以上で、ラムフィットによる双側面的 PTS を批判するとともに、そのオルタナティブとして反証主義的な双側面説に基づく PTS を提示し、そのもとで体系 $\mathbf{R}$ と古典論理を忠実に埋め込むことができる体系 $\mathbf{E}$ を正当化することができた。最後に、この結果が論理の選択についていかなる影響を持つかを述べて結語とする。

我々の結果は、それ自体として無条件的に、体系 $\mathbf{R}$ の帰結関係を正当化するわけではない。我々の結果が示すのは、我々の PTS によって記述することが適当であるような言語実践においては、体系 $\mathbf{R}$ の帰結関係が妥当であるということである。従って、我々の PTS ではなく、ダメット・プラヴィッツ型の PTS によって記述することが適当であるような言語実践においては、体系 $\mathbf{R}$ の帰結関係を正当化することはできない。

そのため、古典論理と直観主義論理の対立についてより実質的な含意を引き出すには、現実の言語実践に我々の PTS をあてはめることができるかどうかを確かめる必要がある。特に、我々の PTS が依拠している、批判の存在・反証主義的双側面説・批判反転原則という前提が、言語実践に当てはめられるかどうかが大きな問題となる。我々はこの問題について、4.3 節で、我々の PTS 側に好意的な考察をいくつか与えた。が、決定的な議論を提出できたわけではない。もしも決定的な議論を提出しようとするならば、数学の言語実践、経験科学の言語実践、過去や未来についての言語実践など、個々のディスコースにおいて繊細な検討が必要だろう。この検討を実際に遂行することは、今後の課題としたい[*10]。

[*10] 本論文は多くの方々の助けなくては完成できなかった。特に、五十嵐涼介氏、大西琢朗氏、岡本慎平氏、小田拓弥氏、片岡雅知氏、葛谷潤氏、高田敦史氏、高取正大氏、高橋優太氏、富山豊氏、信原幸弘氏、山田竹志氏、萬屋博喜氏、および匿名の査読者の方々には、本稿および関連する原稿にコメントを頂いた。この場を借りて感謝させていただきたい。

参考文献

[1] Dummett, M. 1991, *Logical Basis of Metaphysics*, Harvard.

[2] Dummett, M. 1993, *The Seas of Language*, Clarendon.

[3] Dummett, M. 1974, "What is a theory of meaning?(II)", in *Truth and Meaning* (eds. Evans, G. and McDowell, J.): 67-137. cited from the reprinted version in [2]

[4] Ferreira, F. 2008, "The Co-ordination Principles: A Problem for Bilateralism", *Mind*, 117(468): 1051-57

[5] Frege, G. 1918, "Der Gedanke. Eine Logische Untersuchung", *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus, I*:58-77.(野本和幸訳,「思想——論理探求」, 黒田亘・野本和幸編,『フレーゲ著作集 4』)

[6] Prawitz, D. 2006, "Meaning approached via proofs", *Synthese*, 148(3): 507-524.

[7] Prawitz, D. "Pragmatist and Verificationist Theories of Meaning", in *The Philosophy of Michael Dummet* (eds. Auxier, R. and Hahn, L.):455-481.

[8] Prior, A. 1960, "The Runabout Inference-Ticket", *Analysis*, 21(2):38-39.

[9] Price, H. 1983, "Sense, assertion, Dummett and denial", *Mind*, 92(366);161-173

[10] Rumfitt, I. 2000, "'Yes' and 'No'", *Mind*, 109(436): 781-823.

[11] Rumfitt, I. 2002, "Unilateralism Disarmed: A reply to Dummett and Gibbard", *Mind*, 111(442):305-321.

[12] Rumfitt, I. 2008, "Co-ordination Principles: A Reply", *Mind*, 117(468): 1059-1063.

[13] Rumfitt, I. 2007, "Asserting and Excluding: Steps Towards an Anti-realist Account of Classical Consequence", in *The Philosophy of Michael Dummet* (eds. Auxier, R. and Hahn, L.):639-693.

[14] Smith, N. J. J. 2009, "Frege's Judgement Stroke and the Conception of Logic as the Study of Inference not Consequence", *Philosophy Compass*, 4: 639665.

[15] Smiley, T. 1996, "Rejection", *Analysis*, 56(1): 1-9

[16] Steinberger, F. 2011, "Why Conclusions Shoud Remain Single", *Journal of Philosophical Logic*, 40:333-355

[17] 大西琢朗. 2012, 証明論的意味論と双側面説, 京都大学博士論文.

附論　主要定理の証明

Theorem3 の証明. 左から右:Γ から α に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明 λ が存在するとして、これを $e(\Gamma)$ から $e(\alpha)$ に至る体系 $\mathbf{E}$ の証明に書き換える方法 t を以下のように帰納的に定義する。

λ の最後に適用されている規則によって場合わけして定義する。

- 最後に適用されている規則が $(+\wedge I)$ であるとき。

$$\lambda = \dfrac{\begin{matrix}\lambda_0 \\ +A\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\lambda_1 \\ +B\end{matrix}}{+A\wedge B}\,(+\wedge I)$$

を次のように書き換える。

$$t(\lambda) = \dfrac{\dfrac{[\oplus e(A)\wedge e(B)]_0 \qquad \dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_0) \\ +e(A)\end{matrix} \qquad [\oplus e(A)]_1}{\bot}\,(+E) \qquad \dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_1) \\ +e(B)\end{matrix} \qquad [\oplus e(B)]_1}{\bot}\,(+E)}{\bot}\,(\oplus\wedge E,1)}{+e(A)\wedge e(B)}\,(+I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(+\wedge E0)$ であるとき。次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0 \\ +A\wedge B\end{matrix}}{+A}\,(+\wedge E0) \rightsquigarrow \dfrac{\dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_0) \\ +e(A)\wedge e(B)\end{matrix} \qquad \dfrac{[\oplus e(A)]_0}{\oplus e(A)\wedge e(B)}\,(\oplus\wedge I)}{\bot}\,(+E)}{+e(A)}\,(+I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(+\wedge E1)$ であるときは $(+\wedge E0)$ とほぼ同様。
- 最後に適用されている規則が $(-\wedge I0)$ であるときは次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0 \\ -A\end{matrix}}{-A\wedge B}\,(-\wedge I0) \rightsquigarrow \dfrac{\dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_0) \\ -e(A)\end{matrix} \qquad \dfrac{[\ominus e(A)\wedge e(B)]_0}{\ominus e(A)}\,(\ominus\wedge E0)}{\bot}\,(-E)}{-e(A)\wedge e(B)}\,(-I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(-\wedge I1)$ であるときは $(-\wedge I0)$ とほぼ同様。
- 最後に適用されている規則が $(-\wedge E)$ であるとき。直後の式が矛盾記号以外の α であるなら、

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0 \\ -A\wedge B\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[-A] \\ \lambda_1 \\ \alpha\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[-B] \\ \lambda_2 \\ \alpha\end{matrix}}{\alpha}\,(-\wedge E)$$

以上を、次のように書き換える（$(+A)^@ \equiv^{Def} \oplus A$,$(-A)^@ \equiv^{Def} \ominus A$ とする)。

$$\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}[\ominus e(B)]_1 \\ \pi \\ e(\alpha)\end{matrix} \qquad [e(\alpha)^@]_2}{\bot}\,(+E)\text{ ないし }(-E)}{-e(B)}\,(-I,1) \\ t(\lambda_2) \\ e(\alpha)\end{matrix} \qquad [e(\alpha)^@]_2}{\bot}\,(+E)\text{ ないし }(-E)}{e(\alpha)}\,(+I,2)\text{ ないし }(-I,2)$$

ただし、

$$\pi = \begin{array}{c}\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}t(\lambda_0)\\ -e(A)\land e(B)\end{array} \qquad \dfrac{[\ominus e(A)]_0 \qquad \ominus e(B)}{\ominus e(A)\land e(B)}\,(\ominus\land I)}{\perp}\,(-E)}{-e(A)}\,(+I,0)\\ t(\lambda_1)\\ e(\alpha)\end{array}$$

$\perp$ が導出される場合は、

$$\dfrac{\dfrac{\lambda_0}{-A\land B} \qquad \begin{array}{c}[-A]\\ \lambda_1\\ \perp\end{array} \qquad \begin{array}{c}[-B]\\ \lambda_2\\ \perp\end{array}}{\perp}\,(-\land E)$$

を次のように書き換える。

$$\begin{array}{c}\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}t(\lambda_0)\\ -e(A)\land e(B)\end{array} \qquad \dfrac{[\ominus e(A)]_0 \qquad [\ominus e(B)]_1}{\ominus e(A)\land e(B)}\,(\ominus\land I)}{\perp}\,(-E)}{-e(A)}\,(-I,0)\\ t(\lambda_1)\\ \dfrac{\perp}{-e(B)}\,(-I,1)\\ t(\lambda_2)\\ \perp\end{array}$$

- 最後に適用されている規則が $(+\lor I0)$ なら、$(-\land I0)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(+\lor I1)$ なら、$(-\land I1)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(+\lor E)$ なら、$(-\land E)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(-\lor I)$ なら、$(+\land I)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(-\lor E0)$ なら、$(+\land E0)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(-\lor E1)$ なら、$(+\land E1)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(+\neg I)$ なら次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{array}{c}\lambda_0\\ -A\end{array}}{+\neg A}\,(+\neg I) \quad\rightsquigarrow\quad \dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}t(\lambda_0)\\ -e(A)\end{array} \qquad \dfrac{[\oplus\neg e(A)]_0}{\ominus e(A)}\,(\oplus\neg E)}{\perp}\,(-E)}{+\neg e(A)}\,(+I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(+\neg E)$ なら次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0\\ +\neg A\end{matrix}}{-A}\,(+\neg E) \quad\rightsquigarrow\quad \dfrac{\dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_0)\\ +\neg e(A)\end{matrix}\qquad \dfrac{[\ominus e(A)]_0}{\oplus\neg e(A)}\,(\oplus\neg I)}{\bot}\,(+E)}{-e(A)}\,(-I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(-\neg I)$ なら、$(+\neg I)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(-\neg E)$ なら、$(+\neg E)$ の場合の書き換え方をもとに、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$ を交換すればよい。
- 最後に適用されている規則が $(+\to I)$ なら、次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}[+A]_0\\ \lambda_0\\ +B\end{matrix}}{+A\to B}\,(+\to I,0) \quad\rightsquigarrow$$

$$\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\oplus\neg e(A)\lor e(B)]_0}{\oplus\neg e(A)}\,(\oplus\lor E0)}{\ominus e(A)}\,(\oplus\neg E)\qquad [\oplus e(A)]_1}{\bot}\,(\text{ギャップ排除則})}{+e(A)}\,(+I,1)\\ t(\lambda_0)\\ +e(B)\end{matrix}\qquad \dfrac{[\oplus\neg e(A)\lor e(B)]_0}{\oplus e(B)}\,(\oplus\lor E1)}{\bot}\,(+E)}{+\neg e(A)\lor e(B)}\,(+I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(+\to E)$ なら、次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0\\ +A\to B\end{matrix}\qquad \begin{matrix}\lambda_1\\ +A\end{matrix}}{+B}\,(+\to E) \quad\rightsquigarrow$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\begin{matrix}t(\lambda_0)\\ +\neg e(A)\lor e(B)\end{matrix}\qquad \dfrac{\dfrac{[\ominus e(A)]_0}{\oplus\neg e(A)}\,(\oplus\neg I)\qquad [\oplus e(B)]_1}{\oplus\neg e(A)\lor e(B)}\,(\oplus\lor I)}{\bot}\,(+E)}{-e(A)}\,(-I,0)\qquad \begin{matrix}t(\lambda_1)\\ +e(A)\end{matrix}}{\bot}\,(\text{無矛盾則})}{+e(B)}\,(+I,1)$$

- 最後に適用されている規則が $(-\to I)$ なら、次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{matrix}\lambda_0\\ +A\end{matrix}\qquad \begin{matrix}\lambda_1\\ -B\end{matrix}}{-A\to B}\,(-\to I) \quad\rightsquigarrow$$

$$\dfrac{\dfrac{[\ominus\neg e(A)\vee e(B)]_0 \qquad \dfrac{\dfrac{[\ominus\neg e(A)]_1}{\oplus e(A)}(\ominus\neg E) \quad \begin{array}{c}t(\lambda_0)\\ +e(A)\end{array}}{\bot}(+E) \qquad \dfrac{[\ominus e(B)]_1 \quad \begin{array}{c}t(\lambda_1)\\ -e(B)\end{array}}{\bot}(-E)}{\bot}(\ominus\vee E,1)}{-\neg e(A)\vee e(B)}(-I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(-\to E0)$ の場合は、次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{array}{c}\lambda_0\\ -A\to B\end{array}}{+A}(-\to E0) \quad\rightsquigarrow\quad \dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}t(\lambda_0)\\ -\neg e(A)\vee e(B)\end{array} \qquad \dfrac{\dfrac{[\oplus e(A)]_0}{\ominus\neg e(A)}(\ominus\neg I)}{\ominus\neg e(A)\vee e(B)}(\ominus\vee I0)}{\bot}(-E)}{+e(A)}(+I,0)$$

- 最後に適用されている規則が $(-\to E1)$ の場合は、$(-\vee E1)$ の場合とほぼ同様。
- 最後に適用されている規則が (無矛盾則) なら、次のように書き換える。

$$\dfrac{\dfrac{\lambda_0}{+A} \qquad \dfrac{\lambda_1}{-A}}{\bot}(\text{無矛盾則}) \quad\rightsquigarrow\quad \dfrac{\dfrac{t(\lambda_0)}{+e(A)} \qquad \dfrac{t(\lambda_1)}{-e(A)}}{\bot}(\text{無矛盾則})$$

- 最後に適用されている規則が (帰謬法) なら、次のように書き換える。

$$\dfrac{\begin{array}{c}[\alpha]\\ \lambda_0\\ \bot\end{array}}{\alpha^*}(\text{帰謬法}) \quad\rightsquigarrow\quad \dfrac{\begin{array}{c}\dfrac{\dfrac{[e(\alpha)^{@}]_0 \qquad [e(\alpha^*)^{@}]_1}{\bot}(\text{ギャップ排除})}{e(\alpha)}(+I,0)\ \text{または}\ (-I,0)\\ t(\lambda_0)\\ \bot\end{array}}{e(\alpha)^*}(-I,1)\ \text{または}\ (+I,1)$$

右から左:補題をふたつ示す。

Lemma 5. 任意の $A\in \mathit{Form}$ について、$\mathbf{R}$ において $+e(A)$ から $+A$、$+A$ から $+e(A)$、$-e(A)$ から $-A$、$-A$ から $-e(A)$ にいたる証明を作れる。

Lemma 5 の証明. A の複雑性についての帰納法を使う。$A\equiv B\to C$ のケースだけを考える（他は明らか)。

$$\dfrac{+\neg e(B)\vee e(C) \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[+\neg e(B)]_1}{-e(B)}(+\neg E) \quad \dfrac{[+B]_0}{+e(B)}(\text{帰納法の仮定})}{\bot}(\text{無矛盾則})}{+C}(\text{帰謬法})}{+B\to C}(+\to I,0) \qquad \dfrac{\dfrac{[+e(C)]_1}{+C}(\text{帰納法の仮定})}{+B\to C}(+\to I)}{+B\to C}(+\vee E,1)$$

$$\dfrac{+B \to C \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[-\neg e(B)\vee e(C)]_0}{-\neg e(B)}\,(-\vee E0)}{+e(B)}\,(-\neg E)}{+B}\,(\text{帰納法の仮定}) \qquad \dfrac{\dfrac{[-\neg e(B)\vee e(C)]_0}{-e(C)}\,(-\vee E1)}{-C}\,(\text{帰納法の仮定})}{-B\to C}\,(-\to I)}{\dfrac{\perp}{+\neg e(B)\vee e(C)}\,(\text{帰謬法}, 0)}\,(\text{無矛盾則})$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{-B\to C}{+B}\,(-\to E0)}{+e(B)}\,(\text{帰納法の仮定})}{-\neg e(B)}\,(-\neg I) \qquad \dfrac{\dfrac{-B\to C}{-C}\,(-\to E1)}{-e(C)}\,(\text{帰納法の仮定})}{-\neg e(B)\vee e(C)}\,(-\vee I)$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{-\neg e(B)\vee e(C)}{-\neg e(B)}\,(-\vee E0)}{+e(B)}\,(-\neg E)}{+B}\,(\text{帰納法の仮定}) \qquad \dfrac{\dfrac{-\neg e(B)\vee e(C)}{-e(C)}\,(-\vee E1)}{-C}\,(\text{帰納法の仮定})}{-B\to C}\,(-\to I)$$

□

Lemma 6. 任意の $\alpha \in 2Form$ について、$\mathbf{R}$ において $e(\alpha)$ から α、α から $e(\alpha)$ にいたる証明を作れる。

Lemma 6 の証明. $\alpha \equiv \perp$ の場合は $e(\alpha) \equiv \alpha$ なので明らか。それ以外の場合は Lemma 5 より示せる。 □

$e(\Gamma)$ から $e(\alpha)$ に至る体系 $\mathbf{E}$ の証明λが存在するとして、これをまず仮定と結論を変えずに体系 $\mathbf{R}$ の証明に書き換える。$\oplus A$ を $-A$、$\ominus A$ を $+A$ に書き換えれば、体系 $\mathbf{R}$ の証明になる。体系 $\mathbf{E}$ の論理規則の適用は対応する体系 $\mathbf{R}$ の論理規則の適用となり（例えば $(\oplus\wedge I0)$ の適用は $(-\wedge I0)$ の適用になる)、$(+I), (-I)$ の適用は体系 $\mathbf{R}$ の帰謬法の適用となり、$(+E), (-E)$ とギャップ排除と (体系 $\mathbf{E}$ の) 無矛盾則は、体系 $\mathbf{R}$ の無矛盾則の適用になる。

さらに、Lemma 6 より、任意の $\beta \in \Gamma$ について、β から $e(\beta)$ に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明を作ることができ、さらに、$e(\alpha)$ から α に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明を作ることもできる。仮定と結論の部分にこれらの証明を付け足すことによって、$e(\Gamma)$ から $e(\alpha)$ に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明を、Γ から α に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明に書き換えることができる。以上で、$e(\Gamma)$ から $e(\alpha)$ に至る体系 $\mathbf{E}$ の証明 λ を、Γ から α に至る体系 $\mathbf{R}$ の証明 $r(\lambda)$ に書き換える手続き r を記述したことになる。 □

Theorem 4 の証明. 1. 複雑性 $n(>0)$ の式 A に対して、$+A$,$-A$ から $\perp$ に至る証明を、複雑性 $n-1$ の式に対する無矛盾則の適用と、$\mathbf{E}$ の論理規則と、反転規則だけから作ることができれば、帰納法によって定理が示せる。

(a) $A \equiv B \wedge C$ の場合。

$$\dfrac{\begin{array}{c}\pi\\ -C\end{array} \qquad \dfrac{\dfrac{+B\land C \qquad \dfrac{[\oplus C]_3}{\oplus B\land C}(\oplus\land I1)}{\bot}(+E)}{+C}(+I,3)}{\bot}(\text{無矛盾則})$$

ただし、

$$\pi = \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{-B\land C \qquad \dfrac{[\ominus B]_0 \qquad [\ominus C]_1}{\ominus B\land C}(\ominus\land I)}{\bot}(-E)}{-B}(-I,0) \qquad \dfrac{\dfrac{+B\land C \qquad \dfrac{[\oplus B]_2}{\oplus B\land C}(\oplus\land I0)}{\bot}(+E)}{+B}(+I,2)}{\bot}}{-C}(-I,1)$$

(b) $A\equiv B\lor C$ の場合。$B\land C$ の場合を元に、$+$ と $-$、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換して書き換えればよい。

(c) $A\equiv\neg B$ の場合。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{+\neg B \qquad [\oplus B]_0}{\bot}(+E)}{+B}(+I,0) \qquad \dfrac{\dfrac{-\neg B \qquad [\ominus B]_1}{\bot}(-E)}{-B}(-I,1)}{\bot}(\text{無矛盾則})$$

2. 複雑性 $n(>0)$ の式 A に対して、$\oplus A$,$\ominus A$ から $\bot$ に至る証明を、複雑性 $n-1$ の式に対する無矛盾則の適用と、**E** の論理規則だけから作ることができれば、帰納法によって定理が示せる。

(a) $A\equiv B\land C$ なら、

$$\dfrac{\oplus B\land C \qquad \dfrac{[\oplus B]_0 \qquad \dfrac{\ominus B\land C}{\ominus B}(\ominus\land E0)}{\bot}(\text{ギャップ排除}) \qquad \dfrac{[\oplus C]_0 \qquad \dfrac{\ominus B\land C}{\ominus C}(\ominus\land E1)}{\bot}(\text{ギャップ排除})}{\bot}(\ominus\land E,0)$$

(b) $A\equiv B\lor C$ の場合。$B\land C$ の場合を元に、$\oplus$ と $\ominus$、$\land$ と $\lor$ を交換して書き換えればよい。

(c) $A\equiv\neg B$ なら、

$$\dfrac{\dfrac{\ominus\neg B}{\oplus B}\ominus\neg E \qquad \dfrac{\oplus\neg B}{\ominus B}\oplus\neg E}{\bot}(\text{ギャップ排除則})$$

□

著者情報

鈴木佑京 （無所属 mns.mna.otb.btb@gmail.com）